Optique – Chapitre 3

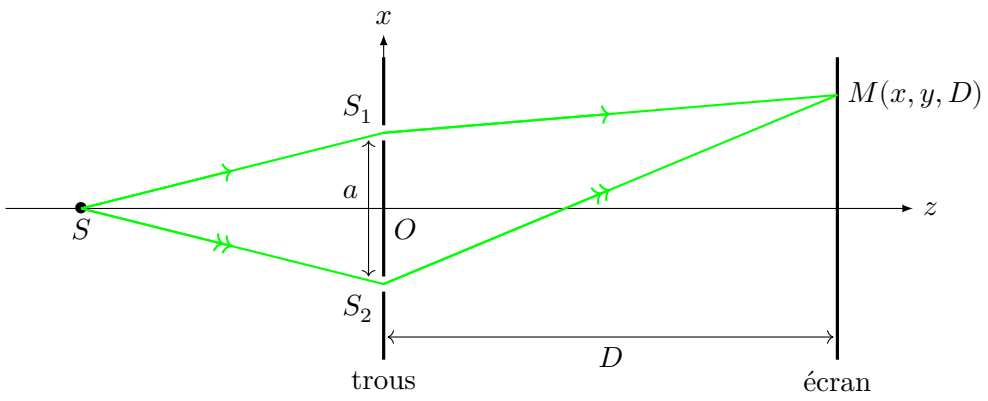
Superposition de deux ondes lumineuses – TD

Exercice 1 : Questions de cours

On considère deux sources lumineuses ponctuelles S_1 et S_2, émettant des ondes monochromatiques, synchrones et cohérentes entre elles dans un milieu homogène.

1. Établir la formule de Fresnel donnant l'intensité lumineuse en un point M en fonction de la différence de marche δ.

On rappelle l'expérience des trous d'Young ci-dessous. Le dispositif est constitué d'une source primaire S ponctuelle et monochromatique qui éclaire deux trous espacés d'une distance a. Les trous étant de petites tailles, ils diffractent la lumière et forment ainsi deux sources secondaires S_1 et S_2 ponctuelles, monochromatiques, synchrones et cohérentes entre elles. On étudie les interférences générées en un point $M(x, y, D)$ d'un écran situé à une distance $D \gg a, x, y$. L'étude est réalisée dans un milieu homogène d'indice optique n. On suppose que les intensités des deux ondes qui arrivent sur l'écran sont identiques, et on pose : $I_1 = I_2 = I_0$.



2. Exprimer la différence de marche δ entre les deux rayons qui interfèrent au point M.

3. En déduire l'expression de l'intensité lumineuse sur l'écran $I(M)$.

Exercice 2 : Superposition d'ondes en représentation complexe

Soient deux sources lumineuses S_1 et S_2 ponctuelles, monochromatiques et de même pulsation ω. En représentation complexe, on suppose que la vibration scalaire en un point M s'exprime :

$$\underline{s} = S_{0,1}\, \mathrm{e}^{\mathrm{j}\,\phi_1} + S_{0,2}\, \mathrm{e}^{\mathrm{j}\,\phi_2}$$

et on admet que l'intensité lumineuse peut alors s'exprimer :

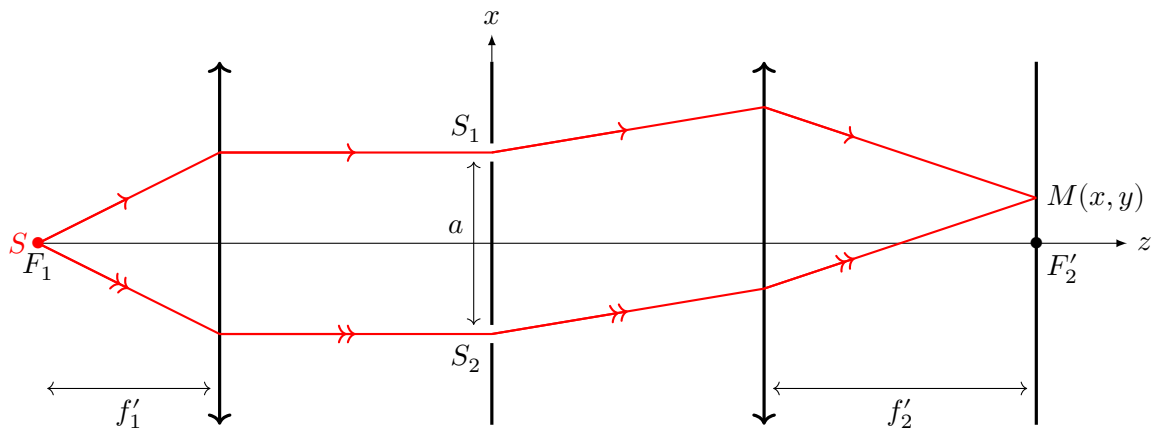
$$I(M) = \langle s(M,t)^2 \rangle = \frac{1}{2}\, \underline{s}\, \underline{s}^*$$

avec $\underline{s}^*$ le conjugué complexe de $\underline{s}$.

1. Établir la formule de Fresnel donnant l'intensité lumineuse en fonction du déphasage $\Delta\phi = \phi_1 - \phi_2$ à partir de la représentation complexe.

Exercice 3 : Dispositif des trous d'Young en lumière parallèle

En réalisant l'expérience des trous d'Young avec une source à une distance finie, on constate que les rayons qui interfèrent sur l'écran n'ont pas la même intensité, ce qui réduit le contraste de la figure d'interférences. Pour optimiser le contraste, on place la source ponctuelle S au foyer objet F_1 d'une lentille convergente de distance focale f'_1, et l'écran dans le plan focal image d'une lentille convergente de distance focale f'_2, comme représenté ci-dessous.



Avec ce dispositif, les trous d'Young espacés d'une distance a dans le milieu d'indice optique n sont éclairés en lumière parallèle, et les rayons diffractés qui interfèrent sur l'écran au point $M(x,y)$ ont alors la même intensité I_0.

1. Montrer que la différence de marche $\delta = (SS_2M) - (SS_1M)$ entre les deux rayons qui interfèrent au point $M(x,y)$ peut s'exprimer dans les conditions de Gauss :

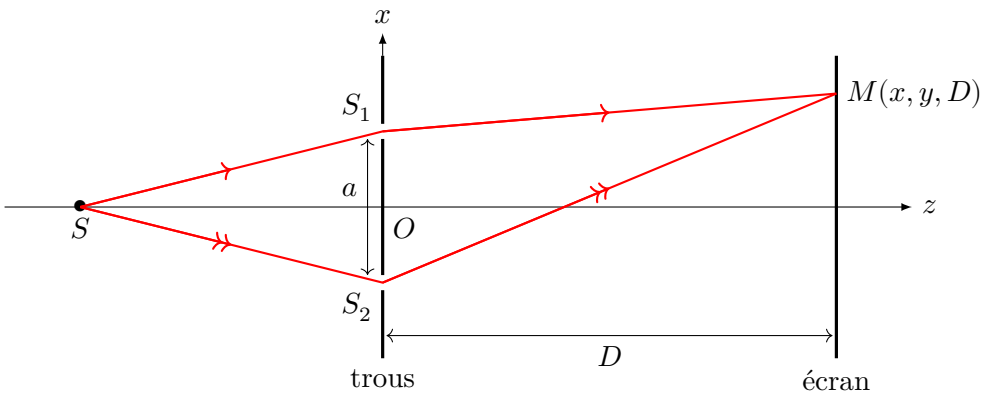
$$\delta = \frac{n\,a\,x}{f'_2}.$$

2. En déduire l'expression de l'intensité lumineuse sur l'écran à l'aide de la formule de Fresnel, puis décrire la figure d'interférences obtenue.

3. Déterminer l'expression de l'interfrange sur l'écran.

Exercice 4 : Trous d'Young et cohérence temporelle

Nous allons étudier l'effet d'une source non monochromatique sur la figure d'interférences observée avec le dispositif des trous d'Young rappelé ci-dessous.



On considère dans un premier temps une source S émettant deux longueurs d'ondes λ_1 et λ_2 très proches et de même intensité. C'est le cas par exemple des lampes à vapeur de sodium, pour lesquels $\lambda_1 = 589{,}0\,\text{nm}$ et $\lambda_2 = 589{,}6\,\text{nm}$.

On rappelle qu'avec une source monochromatique de longueur d'onde λ, l'intensité lumineuse sur l'écran pour une expérience réalisée dans l'air s'exprime :

$$I_\lambda(M) = 2\,I_0\left[1 + \cos\left(\frac{2\,\pi}{\lambda}\,\frac{a\,x}{D}\right)\right].$$

1. Justifier que l'intensité lumineuse avec la source émettant deux longueurs d'onde peut s'exprimer :

$$I(M) = I_{\lambda_1}(M) + I_{\lambda_2}(M).$$

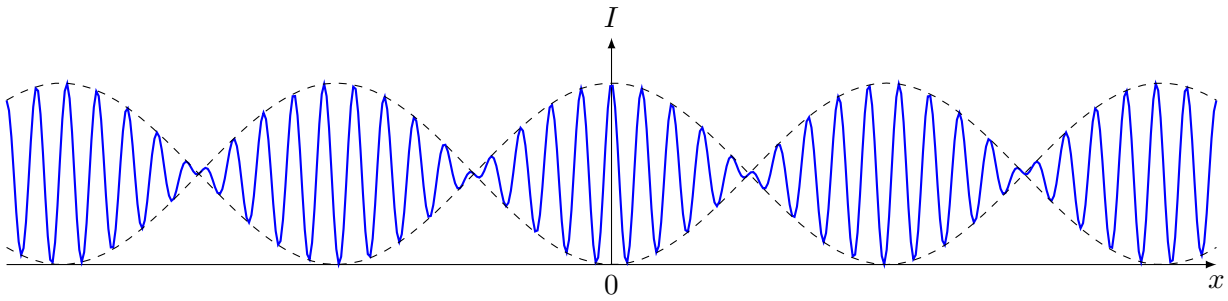
On définit $\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1$ la différence de longueur d'onde, et $\lambda_\text{m} = \dfrac{\lambda_1 + \lambda_2}{2}$ la longueur d'onde moyenne, avec $\Delta\lambda \ll \lambda_\text{m}$. On rappelle également la formule de trigonométrie suivante :

$$\cos\alpha + \cos\beta = 2\cos\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)\cos\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right).$$

2. Montrer que l'intensité lumineuse peut s'exprimer :

$$I(M) \approx 4\,I_0 \left[1 + \cos\left(\frac{\pi\,\Delta\lambda}{\lambda_\text{m}^2}\,\frac{a\,x}{D}\right)\cos\left(\frac{2\,\pi}{\lambda_\text{m}}\,\frac{a\,x}{D}\right)\right].$$

On représente ci-dessous l'allure de I en fonction de x, ainsi que son enveloppe avec des tirets.



On observe un phénomène de battements avec deux périodes spatiales : $i = \dfrac{\lambda_\text{m}\,D}{a}$ et $i' = \dfrac{2\,\lambda_\text{m}^2\,D}{a\,\Delta\lambda}$.

3. Identifier les périodes spatiales i et i' sur l'allure ci-dessus.

4. Décrire la figure d'interférences observée sur l'écran.

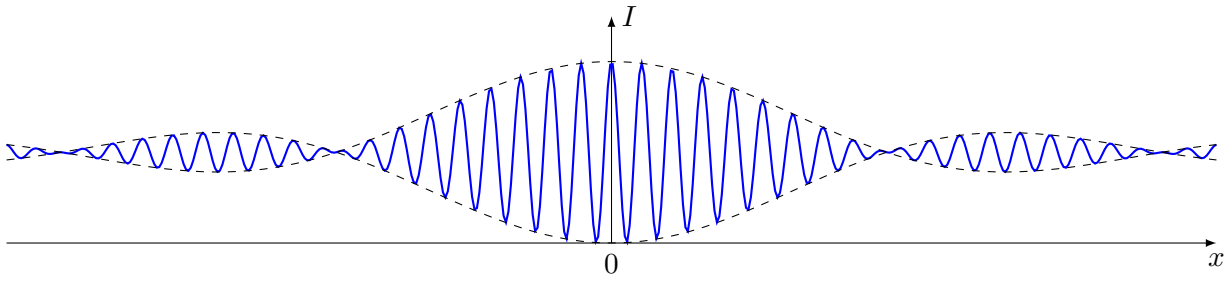
5. Estimer le nombre de franges observées entre deux annulations successives du contraste, c'est-à-dire entre deux nœuds de l'enveloppe, pour une lampe à vapeur de sodium.

On considère maintenant une source S dont le spectre présente une unique raie, centrée autour de la longueur d'onde λ_m, mais qui possède une certaine largeur spectrale $\Delta\lambda$, avec $\Delta\lambda \ll \lambda_\text{m}$. En assimilant cette source à un ensemble de sources monochromatiques, dont les longueurs d'onde λ sont comprises entre $\lambda_1 = \lambda_\text{m} - \dfrac{\Delta\lambda}{2}$ et $\lambda_2 = \lambda_\text{m} + \dfrac{\Delta\lambda}{2}$, on peut montrer que l'intensité lumineuse sur l'écran s'exprime :

$$I(M) \approx 2\,I_0 \left[1 + \text{sinc}\left(\frac{\pi\,\Delta\lambda}{\lambda_\text{m}^2}\,\frac{a\,x}{D}\right)\cos\left(\frac{2\,\pi}{\lambda_\text{m}}\,\frac{a\,x}{D}\right)\right]$$

avec $\text{sinc}(x) = \dfrac{\sin x}{x}$ la fonction sinus cardinal.

On représente ci-dessous l'allure de I en fonction de x, ainsi que son enveloppe avec des tirets.



6. Décrire la figure d'interférences observée sur l'écran, et la comparer au cas précédent.

On admet le critère suivant :

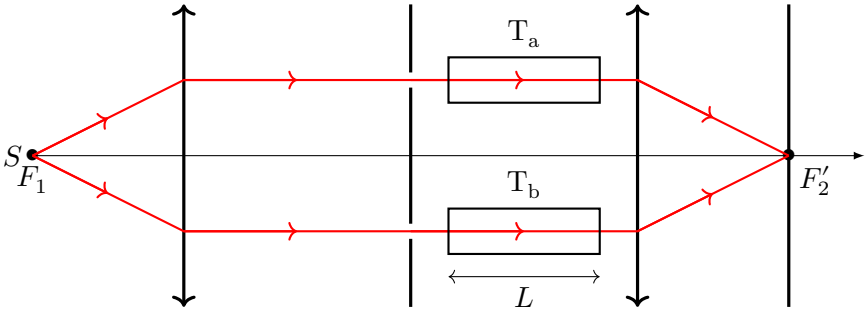
- le contraste n'est pas suffisant pour distinguer les franges d'interférences sur l'écran si $\left|p_{\lambda_\text{m}} - p_{\lambda_2}\right| > \dfrac{1}{2}$, avec p_{λ_m} l'ordre d'interférences des rayons de longueur d'onde λ_m, et p_{λ_2} l'ordre d'interférences des rayons de longueur d'onde λ_2.

7. À partir de ce critère, montrer qu'il n'est possible d'observer des franges d'interférences sur l'écran que sur une largeur $\Delta x = \dfrac{2\,D\,\lambda_\text{m}^2}{a\,\Delta\lambda}$ autour de $x = 0$.

Exercice 5 : Mesure de l'indice de l'air

L'interféromètre de Rayleigh est basé sur le dispositif des trous d'Young. Il est constitué d'une source ponctuelle S monochromatique de longueur d'onde $\lambda_0 = 633\,\text{nm}$ placé au foyer objet F_1 d'une première lentille. L'écran d'observation est placé dans le plan focal image F_2' d'une seconde lentille.

Les rayons lumineux qui interfèrent sur l'écran traversent le tube T_a ou le tube T_b au cours de leur passage dans l'interféromètre. Ces deux tubes ont une longueur $L = 500\,\text{mm}$, et sont initialement remplis d'air d'indice optique n.



1. Déterminer la différence de marche entre les deux rayons qui interfèrent en F_2', puis en déduire l'ordre d'interférences.

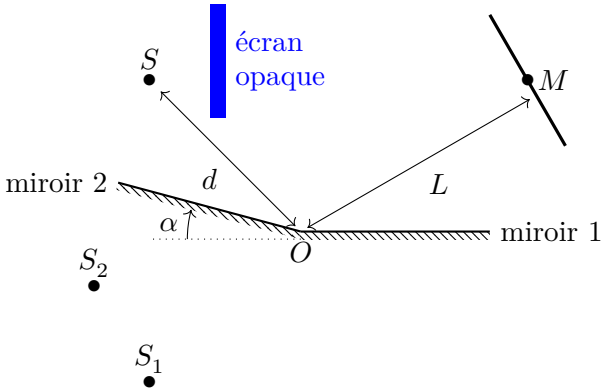
On réalise progressivement le vide dans le tube T_a, tandis que le tube T_b est toujours rempli d'air. On observe alors un défilement de 231 franges brillantes en F_2'.

2. Déterminer l'indice optique n de l'air.

3. Estimer la résolution de cette méthode, c'est-à-dire la plus petite variation d'indice mesurable avec cet interféromètre.

Exercice 6 : Miroirs de Fresnel

Les miroirs de Fresnel sont un dispositif interférentiel constitué de deux miroirs plans formant un petit angle α et placés dans l'air. Une source S ponctuelle et monochromatique de longueur d'onde λ_0 est située à une distance d de l'arête O entre les deux miroirs. Ses images dans les deux miroirs forment deux sources secondaires S_1 et S_2, dont les rayons interfèrent sur un écran placé parallèlement à l'axe des sources et situé à une distance L de l'arête O.



1. Tracer les deux rayons lumineux émis par S qui arrivent au point M sur l'écran.

On précise que la réflexion d'une onde sur un miroir ajoute une distance $\dfrac{\lambda_0}{2}$ au chemin optique du rayon lumineux correspondant.

2. Exprimer la différence de marche δ entre les deux rayons en fonction des distances S_1M et S_2M.

3. Par analogie avec le dispositif des trous d'Young, décrire la figure d'interférences observée sur l'écran.

On rappelle que l'interfrange obtenu avec le dispositif des trous d'Young dans l'air s'exprime :

$$i = \frac{\lambda_0 D}{a}$$

où D est la distance entre l'écran et le plan des sources secondaires, et a l'espacement entre les deux trous.

4. Montrer que l'interfrange pour les miroirs de Fresnel peut alors s'exprimer :

$$i \approx \frac{\lambda_0 (d + L)}{2 d \alpha}.$$